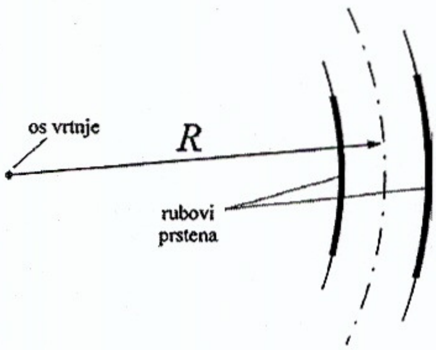
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2004. - 1. grupa

1. zadatak (9 bodova)

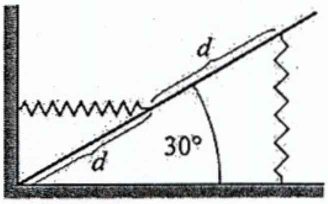
Na krajeve nerastezljive niti zanemarive mase privezana su dva utega, od kojih teži ima masu od 3 kg. Nit je prebačena preko koloture zanemarive mase i sistem je pušten da se slobodno giba u Zemljinom gravitacionom polju. Odredite masu lakšeg utega i napetost niti, ako je akceleracija kojom se utezi gibaju jednaka polovici ubrzanja sile teže. (Kolotura se može slobodno okretati; masa niti je zanemariva.)

2. zadatak (10 bodova)



U svemiru, daleko od zvijezda i planeta, treba sagraditi međuzvjezdanu stanicu u obliku šupljeg prstena (torusa), čiji poprečni presjek odgovara krugu promjera 6 m. Od graditelja se zahtjeva da uvjeti u prstenu budu što sličniji onima na Zemlji. Drugim riječima, dimenzije prstena moraju biti takve da ubrzanje tijela na 'srednjem polumjeru' R (vidi sliku) bude jednako ubrzanju na Zemlji, te da razlika maskimalnog i minimalnog ubrzanja unutar prstena ne bude veća od 1% prethodne vrijednosti. Odredite najmaju moguću vrijednost za R i pripadni period vrtnje tako konstruiranog prstena. (Os vrtnje prstena je okomita na ravninu u kojoj se on nalazi.)

3. zadatak (11 bodova)



Sustav, koji se sastoji od čvrstog štapa i dvije opruge, nalazi se na vodoravnoj podlozi, u ravnoteži (vidi sliku). Jedna kraj štapa je uglavljen u kutu između dva zida. Odredite kako se odnose konstante opruga. (Duljine opruga u opuštenom stanju, kao i trenje s podlogom, su zanemarivi.)

4.zadatak (11 bodova)

Jedan brid tvrde metalne kvadratične ploče dimenzije $2{\times}2\ m^2$ uzdignut je tako da ploča s podlogom zatvara kut od 30° (suprotni brid ploče ostaje priljubljen za podlogu). Kojom početnom brzinom, u smjeru paralelno bridu ploče, treba ispaliti tijelo iz gornjeg vrha, ako želimo da tijelo 'pogodi' dijametralno suprotni vrh ploče? Zanemarite trenje.

5. zadatak (9 bodova)

Dvije kuglice na nerastezljivim nitima duljine 30 cm, pričvršćene u istoj točki, otklonimo za 90° od okomice (kut među nitima tada iznosi 180°) i pustimo da se gibaju. Koliki je omjer masa kuglica ako su se nakon sudara, u kojem su se one sljepile, otklonile za 30° u odnosu na okomicu? Zanemarite trenje, te masu niti.

Rezultati zadataka 1. grupe (2004) i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (9 bodova)

Jednadžba gibanja (II Newtonov zakon) za sustav utega glasi:

$$m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2)\, a \qquad (2)$$

Uvrštavanjem činjenice da je $a = g/2$ dobivamo masu lakšeg utega m_2:

$$m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2)\, g/2 \quad \Rightarrow \quad m_1 = 3m_2 \quad \Rightarrow \quad m_2 = 1\,\text{kg} \qquad (2)$$

Uvođenjem napetosti niti T, jednadžba gibanja za npr. težu masu glasi:

$$m_1 a = m_1 g - T \qquad (3)$$

(ili za lakšu masu $m_2 a = -m_2 g + T$; bodovati samo jedan od ovih izraza).

Slijedi iz $a = g/2$:

$$T = m_1 g - m_1 (g/2) = m_1 (g/2) \qquad (1)$$

Uvrštavanjem dobivamo:

$$T = 15\,\text{N} \; (g = 10\,\text{m/s}^2) \quad \text{ili} \quad T = 14.7\,\text{N} \; (g = 9.81\,\text{m/s}^2) \qquad (1)$$

Zadatak 2 (10 bodova)

Na udaljenosti R (unutar prstena), sila koju 'osjeća' neki predmet jednaka je:

$$m\omega^2 R$$

To znači da je ubrzanje u toj točki koje bi tijelo dobilo da ga pustimo bilo jednako:

$$m\omega^2 R = mg' \quad \Rightarrow \quad g' = \omega^2 R \qquad (2)$$

To je ujedno i efektivno ubrzanje sile teže na 'srednjem polumjeru' R. Na vanjskom rubu prstena, efektivno ubrzanje je malo veće, a na unutarnjem malo manje:

$$g' + \Delta g' = \omega^2 (R + d/2) \qquad g' - \Delta g' = \omega^2 (R - d/2) \qquad (3)$$

Oduzimanjem ovih izraza, dobivamo:

$$2\Delta g' = \omega^2 d \qquad (1)$$

Prema tome, što se prsten brže okreće, to je razlika ubrzanja veća. To nam daje najveću brzinu i najmanji period kojim prsten smije rotirati, a da odstupanje $\Delta g'$ ne bude veće od dozvoljenog:

$$\omega_M = \sqrt{\frac{2\Delta g'}{d}} \quad \Rightarrow \quad T_m = 2\pi \sqrt{\frac{d}{2\Delta g'}} \qquad (1)$$

Uvrštavanjem u početne izraze dobivamo najmanji mogući polumjer:

$$g' = \omega_M^2 R_m \quad \Rightarrow \quad R_m = \frac{1}{2} d \frac{g'}{\Delta g'} \qquad (1)$$

Uvrštavanjem (pazi: $g'/\Delta g' = 1/1\% = 100$):

$$R_m = 300\,\text{m}, \qquad (1)$$

$$T_m = 34.41\,\text{s} \; (\Delta g' = 1\% \times 10\,\text{m/s}^2) \text{ ili } T_m = 34.75\,\text{s} \; (\Delta g' = 1\% \times 9.81\,\text{m/s}^2) \qquad (1)$$

Zadatak 3 (11 bodova)

Istegnuća vodoravne i okomite opruge su jednaka:

$$\Delta x_V = \frac{\sqrt{3}}{2} d, \qquad \Delta x_O = \frac{1}{2} \times 2d = d \qquad (3)$$

pa su pripadne sile jednake:

$$F_V = \frac{\sqrt{3}}{2} k_V d, \qquad F_O = k_O d \qquad (1)$$

Komponente tih sila koje su okomite na štap iznose:

$$F_{V\perp}=\frac{1}{2}F_V=\frac{\sqrt{3}}{4}k_V d, \qquad F_{O\perp}=\frac{\sqrt{3}}{2}F_O=\frac{\sqrt{3}}{2}k_O d \qquad (3)$$

Zbog 'zakona poluge', u ravnoteži mora vrijediti:

$$F_{V\perp}\times d=F_{O\perp}\times 2d \qquad (2)$$

Uvrštavanjem izraza za sile, slijedi:

$$\frac{\sqrt{3}}{4}k_V d\times d=\frac{\sqrt{3}}{2}k_O d\times 2d \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{4}k_V=k_O \qquad (1)$$

Prema tome, traženi omjer iznosi:

$$k_V:k_O=4:1 \quad \text{ili} \quad k_O:k_V=1:4 \qquad (1)$$

Zadatak 4 (11 bodova)

Gibanje po ploči u potpunosti odgovara horizontalnom hicu, ali sa 'novom' konstantom g', što je posljedica ploče koja je nagnuta za 30° (< 90°) u odnosu na horizontalu. (4)

Prividno ubrzanje u y smjeru je, stoga:

$$g'=g/2 \qquad (2)$$

Prema tome, primijenujemo standardne izraze za domet D i visinu H horizontalnog hica:

$$D=v_0 t, \qquad H=\frac{1}{2}g't^2=\frac{1}{4}gt^2=D \qquad (2)$$

Eliminiranjem vremena t:

$$\frac{1}{4}g\left(\frac{D}{v_0}\right)^2=D \quad\Rightarrow\quad v_0=\frac{1}{2}\sqrt{gD} \qquad (2)$$

Uvrštavanjem:

$$v_0=2.236\,\text{m/s}\ (g=10\,\text{m/s}^2) \quad \text{ili} \quad v_0=2.215\,\text{m/s}\ (g=9.81\,\text{m/s}^2) \qquad (1)$$

Zadatak 5 (9 bodova)

Prije nego se kuglice sudare, brzine u najnižoj točki im možemo naći iz zakona očuvanja energije:

$$mgl=\frac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad v=\sqrt{2gl} \qquad (2)$$

(vrijedi za obje kuglice). Za sudar koristimo (samo) zakon očuvanja količine gibanja:

$$m_1 v-m_2 v=(m_1+m_2)V \quad\Rightarrow\quad V=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\sqrt{2gl} \qquad (2)$$

Ponovnom primjenom zakona očuvanja energije nalazimo visinu do koje su se one otklonile:

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2=(m_1+m_2)gh \quad\Rightarrow\quad h=\frac{V^2}{2g} \qquad (2)$$

S obzirom na kut koji nit zatvara s okomicom, mora biti:

$$h=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)l \qquad (1)$$

Slijedi:

$$\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)l=\frac{1}{2g}\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 2gl \quad\Rightarrow\quad \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}=\sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{m_1/m_2-1}{m_1/m_2+1} \qquad (1)$$

Odvade dobivamo traženi omjer:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{1+\sqrt{1-\sqrt{3}/2}}{1-\sqrt{1-\sqrt{3}/2}}=1.309 \qquad (1)$$