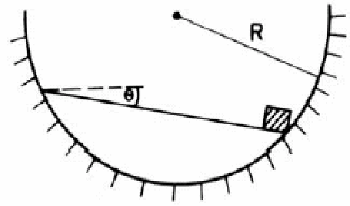
7.travnja 2005.

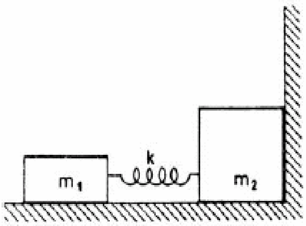
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE
Srednje škole – 3. grupa

Zadatak 1. (10 bodova)
Greda mase M i duljine $\sqrt{3}\,R$ leži u glatkom kružnom žlijebu radijusa R. Na jednom kraju grede je uteg mase $M/2$. Izračunaj kut θ za koji greda miruje.



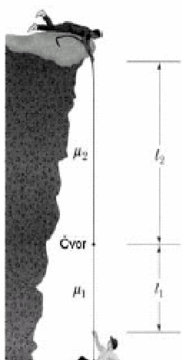
Zadatak 2. (10 bodova)
Dva tijela mase $m_1 = m$ i $m_2 = 2m$ leže na podlozi zanemarivog koeficijenta trenja. Povezana su povezana oprugom konstante k i namještena kao što je prikazano na slici.
Ako se opruga sabije za udaljenost d i sustav pusti iz mirovanja, nađi:

a) Koliko se masa m_1 pomakne prije nego se m_2 počne micati?
b) Nakon što je m_2 izgubio kontakt sa zidom, kolika je brzina centra mase (C.M.) i amplituda oscilacija?



Zadatak 3. (10 bodova)
Ozren i Nenad bave se rekreativno planinarenjem, ali ovaj put je Ozren gotovo nastradao. Ostao je zarobljen na malenoj izbočini iznad provalije. Da bi ga spasio, Nenad mu je dobacio jedan kraj užeta, koji je Ozren vezao oko struka, i pokušava ga izvući (vidi sliku). Uže se sastoji od dva dijela: dio 1 duljine l_1 i linearne gustoće μ_1, i dijela 2 duljine $l_2 = 2\,l_1$ i linearne gustoće $\mu_2 = 4\,\mu_1$. Ozren trzne donji dio užeta (kao signal da je spreman za izvlačenje) istodobno kad i Nenad trzne gornji dio užeta.

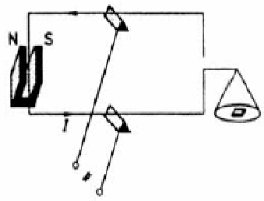
a) Koja je brzina v_1 rezultirajućeg pulsa u dijelu 1, izražena preko brzine v_2 u dijelu 2?
b) Na kojoj udaljenosti ispod Nenada će se pulsevi susresti? Udaljenost izrazi preko l_2.



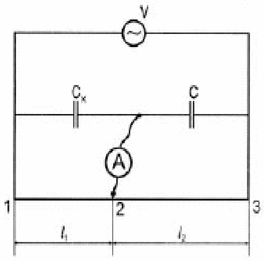
Zadatak 4. (10 bodova)
Slika prikazuje princip rada električne vage. Žičani okvir naslanja se na oštre kontakte kroz koje se dovodi struja. Dio okvira duljine $L = 0.1$ m nalazi se između polova magneta okomito na smjer magnetskog polja. Ako kroz okvir teče struja $I = 0.5$ A u smjeru kako je naznačeno

na slici, potrebno je u zdjelicu vage staviti komad bakrene žice (gustoća bakra ρ = 8700 kg m^{-3}) dužine l = 0.7 cm i promjera d = 1 mm da bi se okvir vratio u ravnotežni položaj.

a) Nađi iznos i smjer magnetskog polja B.
b) Da li bi bila potrebna druga količina bakra ako bi okvir i magnetsko polje međusobno zatvarali kut manji od 90°?



Zadatak 5. (10 bodova)
Za precizno mjerenje nepoznatog kapaciteta kondenzatora često koristimo Wheatstonov most-električni sklop prikazan na slici. U gornjem dijelu sklopa nalaze se kondenzator poznatog kapaciteta C, i nepoznati kondenzator čiji kapacitet, C_x, želimo pronaći. Na donjem dijelu nalazi se otporna žica, homogenog poprečnog presjeka. Pomicanjem kliznog kontakta (točka 2 na slici) moguće je mijenjati l_1 i l_2. Most je uravnotežen kad se klizni kontakt nalazi na takvom položaju da struja ne teče kroz granu u kojoj se nalazi ampermetar.
Pronađi vrijednost nepoznatog kondenzatora, C_x, ukoliko se u krugu nalazi kondenzator poznatog kapaciteta, C = 1 μF, otporna žica je duga 1 m, a most je uravnotežen ako je klizni kontakt u takvom položaju da je l_1 = 0.3 m.



7. travnja 2005.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE
Srednje škole – 3. grupa – rješenja i bodovanje

Zadatak 1. (10 bodova)
Nacrtajmo sile koje djeluju na gredu.
Reakcije podloge T_1 i T_2 okomite su na tangentu podloge, pa imaju smjer prema središtu kruga. Uz koordinatni sustav kao na slici, u ravnoteži mora biti zadovoljeno:

$$\text{os } x: \quad T_1\cos\phi - T_2\cos\phi + Mg\sin\theta + \frac{1}{2}Mg\sin\theta = 0$$

$$\text{os } y: \quad T_1\sin\phi + T_2\sin\phi - Mg\cos\theta - \frac{1}{2}Mg\cos\theta = 0.$$

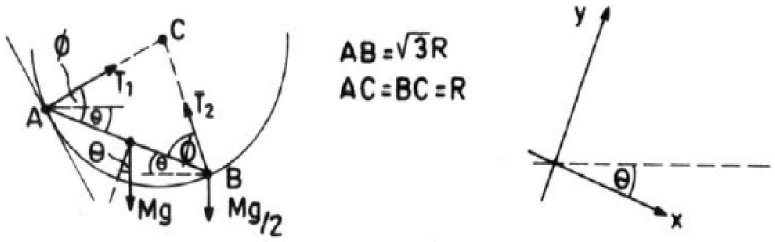
[3 boda]

Odavde je:

$$T_2 - T_1 = \frac{3}{2}Mg\frac{\sin\theta}{\cos\phi}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{3}{2}Mg\frac{\cos\theta}{\sin\phi}.$$

[1 boda]



Potrebna nam je još jedna jednadžba, pa ćemo iskoristiti zakon o momentima sila u statičkoj ravnoteži. Odabrat ćemo točku B (tu momenti sila T_2 i $\frac{Mg}{2}$).

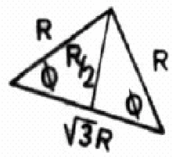
$$T_1\sqrt{3}R\cos(90-\phi) = Mg\frac{\sqrt{3}R}{2}\cos\theta,$$ [2 boda]

odnosno:

$$T_1 = \frac{Mg\cos\theta}{2\sin\phi}.$$

Iz slike je:

$$\cos\phi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\phi = \frac{1}{2}.$$ [1 bod]



Nakon uvrštavanja dobivamo:

$$T_2 + \frac{Mg\cos\theta}{2\sin\phi} = \frac{3}{2}Mg\frac{\cos\theta}{\sin\phi},$$

$$T_2 = 2Mg\cos\theta,$$

$$T_1 = Mg\cos\theta,$$

$$T_2 - T_1 = Mg\cos\theta = \frac{3}{2}Mg\frac{\sin\theta}{\sqrt{3}/2}.$$

[2 boda]

Konačno je:

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

odnosno $\theta = 30^\circ$. [1 bod]

Zadatak 2. (10 bodova)

a) Masa m_2 počinje se micati u trenutku kada na nju počinje djelovati sila u smjeru od zida, dakle masa m_1 mora se pomaknuti za d. [2 boda]

b) U trenutku kada se m_2 «odlijepi» od zida, m_1 se giba brzinom određenom uvjetom:

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}m_1 v^2, \qquad [2 boda]$$

pa je brzina C.M.:

$$v_{\text{C.M.}} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{d}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad [2 boda]$$

Amplitudu oscilacija određujemo iz očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}(m+2m)v_{\text{C.M.}}^2, \qquad [2 boda]$$

što odgovara trenutku kada je opruga maksimalno rastegnuta, a dvije čestice u sustavu centra masa miruju.

Iz prethodne relacije proizlazi:

$$A = d\sqrt{\frac{2}{3}}. \qquad [2 boda]$$

Zadatak 3. (10 bodova)

a) Pretpostavimo da je masa užeta zanemariva u odnosu na Ozrenovu masu. Tada je napetost užeta τ jednaka Ozrenovoj težini i jednaka je u oba dijela.

Vrijedi sljedeće:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\tau}{\mu_1}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{\tau}{\mu_2}}.$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\tau}{\mu_1}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{\tau}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = 2. \qquad [2 boda]$$

Odnosno, $v_1 = 2\,v_2$. [2 boda]

b) Pogledajmo prvo da li će se pulsevi susresti iznad ili ispod čvora koji spaja dva dijela užeta. Neka je t vrijeme potrebno da se pulsovi susretnu. Iz rješenja dijela a) očito je da se Ozrenov puls širi kroz dio 1 dvostruko brže od Nenadovog pulsa kroz dio 2. Budući da je $l_2 = 2\,l_1$, znamo da Ozrenov puls mora prijeći dvostruko manju udaljenost od Nenadovog pulsa da bi došao do čvora. Dakle, Ozrenov puls će prvi doći do čvora, i mjesto njihovog susreta nalazi se IZNAD čvora. Pretpostavimo da se pulsevi sastaju u točki na udaljenosti d ispod Nenada, u trenutku t.

Nenadov puls mora prijeći (prema dolje) udaljenost d, brzinom v_2 u vremenu t. Znači,

$$t = \frac{d}{v_2}. \qquad [2 boda]$$

Da bi došao do točke susreta, Ozrenov puls mora prijeći (prema gore) udaljenost l_1, brzinom v_1, i zatim još udaljenost $l_2 - d$, brzinom v_2, u vremenu t. Dakle,

$$t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2 - d_2}{v_2}. \qquad [2 boda]$$

Uvrštavanjem poznatih relacija dolazimo do:

$$\frac{d}{v_2}=\frac{l_1}{v_1}+\frac{l_2-d}{v_2}=\frac{l_2/2}{2v_2}+\frac{l_2-d}{v_2}.$$ [1 bod]

Na kraju dolazimo do traženog rezultata $d=\frac{5}{8}l_2$. [1 bod]

Zadatak 4. (10 bodova)

a) Sila na vodič kojim teče struja u magnetskom polju je:

$$F=BIL.$$ [1 bod]

Silu nalazimo iz poznate količine bakra:

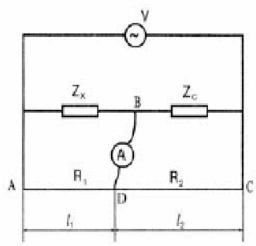
$$F=mg=\rho\frac{d^2}{4}\pi l g \quad [3\,\text{boda}]$$

$$\mathrm{B}=\frac{mg}{IL}=9.37\cdot10^{-3}\ \mathrm{T}. \quad [2\ \text{boda}]$$

b) Ne bi. U tom slučaju bi doduše djelovala samo komponenta $B\sin\theta$, ali bi i duljina okvira u magnetskom polju bila veća:

$$F=B\sin\theta\, I\frac{L}{\sin\theta}=BIL.$$ [4 boda]

Zadatak 5. (10 bodova)



Korištenjem Kirchohovih pravila dolazimo do relacija (gdje struje označavamo istim indeksima kao i elemente u mostu):

Za čvor B vrijedi: $I_x+I_A-I_C=0$,

a za čvor D: $I_1-I_A-I_2=0$. [1 bod]

Za petlju ABD imamo: $Z_xI_x-R_AI_A-R_1I_1=0$,

A za petlju BCD vrijedi: $Z_CI_C+Z_AI_A-R_2I_2$. [1 bod]

Kada je most uravnotežen vrijedi $I_A=0$, pa proizlazi $I_X=I_C$ i $I_1=I_2$. [1 bod]

Sređivanjem dolazimo do sljedećih odnosa:

$$Z_X=R_1\frac{I_1}{I_X}=R_1\frac{I_2}{I_3},$$ [1 bod]

i

$$\frac{I_2}{I_3}=\frac{Z_C}{R_2}.$$ [1 bod]

Iz toga proizlazi

$$Z_X=Z_C\frac{R_1}{R_2}=Z_C\frac{l_1}{l_2}.$$ [2 bod]

Ovdje smo uzeli u obzir da je omjer otpora R_1 i R_2 jednak omjeru duljina otporne žice s lijeve i desne strane kliznog kontakta (l_1 i l_2), jer je poprečni presjek te žice konstantan.

Budući da je $Z_X=\frac{1}{\mathrm{i}\omega C_x}$ a $Z_c=\frac{1}{\mathrm{i}\omega C}$, tražena relacija je: [1 bod]

$$C_X=C\frac{l_2}{l_1}.$$ [1 boda]

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti, dobivamo da je kapacitet nepoznatog kondenzatora C_X = 0.429 μF. [1 bod]