ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 4. grupa

1. zadatak (8 bodova)
Fotografskim aparatom čiji je objektiv žarišne daljine 5cm fotografira se letjelica u pokretu udaljena 500m od fotoaparata. Letjelica se giba okomito na smjer snimanja brzinom 2km/s. Koliko je najdulje moguće trajanje izloženosti fotografskog filma svjetlosti (tzv. ekspozicija) da pomicanje slike na fotografskom filmu ne bude veće od 100μm?

2. zadatak (9 bodova)
Pomoću spektrometra s optičkom rešetkom koja ima 600 zareza po milimetru promatra se spektar zračenja crnog tijela. Zastor je udaljen 50cm od rešetke. Na udaljenosti 15cm od središnje svijetle točke na zastoru opaža se maksimum intenziteta prvog reda. Zastor i rešetka okomiti su na spojnicu njihovih središta i svjetlost upada okomito na rešetku. Kolika je temperatura crnog tijela? Što se još vidi na zastoru?

3. zadatak (10 bodova)
Spektar dopuštenih energija elektrona vezanog u nekom sustavu dan je formulom $E_n = -U/n$. Najmanja valna duljina fotona kojim treba obasjati taj sustav da bi kinetička energija oslobođenog elektrona bila 10eV iznosi 88nm. Koliki je U?
Kolikom najvećom valnom duljinom fotona se iz osnovnog stanja može pobuditi elektron? Širina (neodređenost) valne duljine tog fotona smije biti 0,000004nm. Zanemarite neodređenost energije osnovnog stanja. Koliko je karakteristično vrijeme života tog pobuđenog stanja elektrona prije povratka u osnovno stanje?

4. zadatak (11 bodova)
Pobjeđujući u međuzvjezdanoj utrci pilot vozi svoj svemirski brod kroz cilj brzinom 0,6*c* relativno s obzirom na cilj (*c* je brzina svjetlosti). U trenutku kad prednji kraj broda u referentnom sustavu pilota prolazi kroz cilj (događaj A), pilot sa stražnjeg kraja broda pošalje pobjednički svjetlosni signal (događaj B). Pilot mjeri duljinu svog broda 300m. Koliku duljinu broda mjeri sudac? Sudac miruje uz cilj. Kada i gdje sudac u svom referentnom sustavu opaža događaje A i B? Jesu li događaji A i B istovremeni u sustavu pilota, a jesu li istovremeni u sustavu suca? Obrazloži je li sudac primio signal prije nego što je prednji kraj broda prošao kroz cilj, to jest kako posebna teorija relativnosti ipak ne omogućava predviđanje događaja?

5. zadatak (12 bodova)
Staklena vodoravna planparalelna ploča nalazi se iznad staklene kocke tako da je između njih tanki zračni sloj homogene visine. Zrake svjetlosti valnih duljina od 0,4μm do 1,15μm padaju okomito na ploču, reflektiraju se o obje granične površine zračnog sloja te potom interferiraju. U danom području valnih duljina samo dvije valne duljine daju u takvoj interferenciji maksimume. Jedna od njih je 0,4 μm. Kolika je druga od njih? Kolika je debljina zračnog sloja?

Konstante: brzina svjetlosti $c = 3\cdot10^{8}$m/s, Planckova konstanta $h = 6{,}626\cdot10^{-34}$Js,
elementarni naboj $e = 1{,}6\cdot10^{19}$C, masa elektrona $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$kg
Štefan-Boltzmannova konstanta $5{,}67\cdot10^{-8}$Wm^{-2}K^{-4}, Wienova konstanta $2{,}898\cdot10^{-3}$mK

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 4. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (8 bodova)

Iz jednadžbe leće $\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{f}$, gdje je x=500m udaljenost letjelice od leće i f=5cm njena žarišna daljina, dobije se udaljenost slike od leće $x'=\frac{fx}{x-f}$ = 5cm. **(2 boda)**

Udaljenost y predmeta i udaljenost y' slike od osi leće su u odnosu $\frac{y}{x}=\frac{y'}{x'}$. **(1 bod)**

Slijedi $y'=\frac{fy}{x-f}$. **(1 bod)**

Ako je brzina gibanja predmeta $v=\frac{\Delta y}{\Delta t}$=5000m/s, onda je brzina gibanja slike

$v'=\frac{\Delta y'}{\Delta t}=\frac{f}{x-f}\cdot v$. **(2 boda)**

Unutar vremena ekspozicije Δt slika se smije pomaknuti najviše za $\Delta y'$=0,1mm pa je

$\Delta t=\frac{\Delta y'}{vf}(x-f)$=0,5ms. **(2 boda)**

2. zadatak (9 bodova)

Spektar zračenja crnog tijela temperature T raspodijeljen je po valnim duljinama tako da najveći intenzitet pripada valnoj duljini određenoj s $\lambda_M \cdot T = C_W$, gdje je C_W= 2,898·10^{-3}Km Wienova konstanta. **(1 bod)**

Svjetlost valne duljine λ difrakcijom na rešetki perioda d dat će maksimum pod kutom određenim s $d\sin\theta = k\lambda$. Kod nas je d=1mm/600=1,667μm i promatramo prvi red difrakcije k=1. **(2 boda)**

Različite valne duljine iz spektra difraktirat će se pod različitim kutovima tako da će difrakcijska slika na zastoru sadržavati kontinuiranu raspodjelu po kutu s tim da intenziteti različitih valnih duljina, to jest za različite kutove, neće biti jednaki, već raspodijeljeni u skladu sa spektrom zračenja crnog tijela. **(3 boda)**

Najveći intenzitet ostvaren je pod kutom danim s $\sin\theta=\frac{15\text{cm}}{\sqrt{(15\text{cm})^2+(50\text{cm})^2}}=0,2873$ na kojem se pojavljuje valna duljina $\lambda_M = d\sin\theta = 479\text{nm}$. **(2 boda)**

Pri toj valnoj duljini najveći intenzitet zrači tijelo temperature $T=\frac{C_W}{\lambda_M}$ = 6050K. **(1 bod)**

3. zadatak (10 bodova)

Najmanja valna duljina fotona odgovara najvećoj energiji fotona, a taj izbacuje elektron iz stanja najniže energije, tj. n = 1 **(1 bod)**.

Očuvanje energije tada glasi $-\frac{U}{1}+\frac{hc}{\lambda_{\min}}=K$, gdje je K = 10eV kinetička energija izbačenog elektrona, a $\lambda_{\min}$ = 88nm. **(1 bod)**

Slijedi U = $6{,}588\cdot 10^{-19}$J = 4,118eV. **(1 bod)**

Foton najveće valne duljine, tj. najmanje energije, pobuđivat će elektron iz osnovnog stanja u prvo pobuđeno stanje pa je $\frac{hc}{\lambda_{MAX}}=E_2-E_1=-\frac{U}{2}-\left(-\frac{U}{1}\right)=\frac{U}{2}$ iz čega slijedi

$\lambda_{MAX}=\frac{2hc}{U}=603{,}4$nm. **(3 boda)**

Zbog širine energijskog stanja od ΔE postoji donja granica λ_1 i gornja granica λ_2 valne duljine fotona čijom apsorpcijom elektron prelazi iz osnovnog u prvo pobuđeno stanje.

λ_2-λ_1=$4\cdot 10^{-15}$m << λ_{MAX} pa je $\Delta E=\frac{hc}{\lambda_1}-\frac{hc}{\lambda_2}\approx\frac{hc\cdot\Delta\lambda}{\lambda_{MAX}{}^2}=2{,}18\cdot 10^{-27}$J. **(2 boda)**

Iz Heisenbergove relacije neodređenosti slijedi $\Delta t\geq\frac{\eta}{\Delta E}=4{,}83\cdot 10^{-8}$s kao karakteristično vrijeme života u prvom pobuđenom stanju. **(2 boda)**

4. zadatak (11 bodova)

Sudac mjeri duljinu broda $l=l_0\sqrt{1-u^2/c^2}$ =240m, gdje je u = 0,6c. **(2 boda)**

Uzmimo da se sustav suca S u kojem je cilj u ishodištu i sustav pilota S' u kojem je prednja točka broda u ishodištu međusobno podudaraju, to jest x=x'=0, u trenutku t=t'=0.

S' se giba brzinom u s obzirom na S.

U sustavu S' događaj A očito se dogodi u x'=0 i t'=0, dok se događaj B dogodi u t'=0 i x'=−300m. **(2 boda)**

Iz Lorentzovih transformacija $x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ i $t'=\frac{t-ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ mogu se dobiti x i t, tj. mjesto i vrijeme događaja u sustavu S. Umjesto algebarski, to se može učiniti i uočavanjem da se sustav S giba s obzirom na sustav S' brzinom −u pa je $x=\frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ i $t=\frac{t'+ux'/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$.

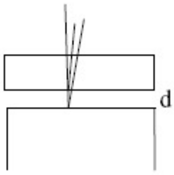
(2 boda)

Uvrštavanjem u=0,6c=$1{,}8\cdot 10^8$m/s te x'=−300m i t'=0 dobije se x=−375m u t=$-7{,}5\cdot 10^{-7}$s za događaj B, dok je događaj A na x=0 u t=0. **(1 bod)**

A i B su istovremeni u S', no nisu u S. **(1 bod)**

Čini se da je sudac uočio da je pilot poslao signal prije nego što je prednji kraj broda prošao kroz cilj. No, sudac u svom sustavu opaža da je tada prednji kraj broda na koordinati 375m−240m=135m, a gibajući se $7{,}5\cdot 10^{-7}$s brzinom u=$1{,}8\cdot 10^8$m/s brod prelazi 135m, što upravo toliko koliko treba da prednji kraj broda prođe ciljem u trenutku kad se čuje pobjednički signal. Dakle nema kontradikcije u vezi s predviđanjem događaja. **(3 boda)**

5. zadatak (12 bodova)



Jedna zraka reflektira se nailaskom iz stakla u zrak, a druga iz zraka u staklo pa druga dobiva pomak od $\lambda/2$. Razlika njihovih optičkih putova je stoga $2d+\lambda/2$ jer je indeks loma zraka 1. **(2 boda)**

Zrake interferiraju konstruktivno za $2d+\lambda/2=k\lambda$, k=0, 1, 2,... **(1 bod)**

Za poznatu valnu duljinu $\lambda_1=0{,}4\mu m$ je $2d = k_1\lambda_1-\lambda_1/2$,
a za nepoznatu λ_2 je $2d = k_2\lambda_2-\lambda_2/2$. **(1 bod)**

Dijeljenjem proizlazi $\frac{2k_1+1}{2k_2+1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

Budući da λ_2 može biti između $\lambda_1=0{,}4\mu m$ i $\lambda_3=1{,}15\mu m$, ograničenje na k_1 i k_2 je

$1 \le \frac{2k_1+1}{2k_2+1} \le 2{,}875$ jer je $\lambda_3/\lambda_1=2{,}875$. **(2 boda)**

Treba naći one k_1 i k_2 za koje je λ_2 jedino rješenje. **(1 bod)**
Za $k_1=0$ omjer je manji ili jednak 1 za bilo koji k_2.
Za $k_1=1$ omjer je 3, 1, 0,6 , ... redom kako uzimamo $k_2=0, 1, 2, ...$, a ništa od toga nije u zadanom intervalu.
Za $k_1=2$ omjer je 5, 1,67, 1, 0,71 , ... redom kako uzimamo $k_2=0, 1, 2, 3, ...$, gdje 1,67 za $k_2=1$ zadovoljava uvjet omjera.
Za $k_1=3$ omjer je 7, 2,83, 1,4, 1, 0,78 , ... redom kako uzimamo $k_2=0, 1, 2, 3, 4, ...$, gdje 2,83 i 1,4 upadaju u traženi interval.
Za $k_1=4, 5, 6, ...$ također postoji više od jednog rješenja.

Stoga je jedino jedinstveno rješenje $k_1=2$ i $k_2=1$ za koje je $\frac{2k_1+1}{2k_2+1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=1{,}67$ pa je

$\lambda_2=\lambda_1\cdot 1{,}67=0{,}668\mu m$. **(3 boda)**

Debljina zračnog sloja je dakle $d=(2k_1+1)\frac{\lambda_1}{4}=0{,}5\mu m$. **(2 boda)**