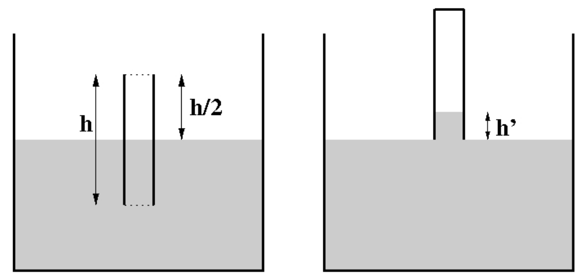
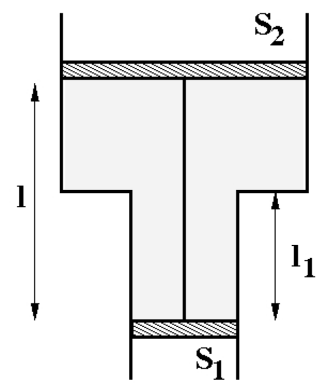
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18.3.2008.
Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (11 bodova)
Staklena cijev duljine h= 40 cm, otvorena na oba kraja, gurnuta je u živu do pola svoje visine (slika lijevo). Nakon toga je gornji rub cijevi zatvoren, a cijev podignuta do položaja u kojem se još sasvim malim dijelom nalazi u živi (slika desno). Kolika je visina stupca žive (h') u tom položaju? Atmosferski tlak tijekom ovog procesa je 10^5 Pa (tj. 750 mm Hg), a temperatura je konstantna.



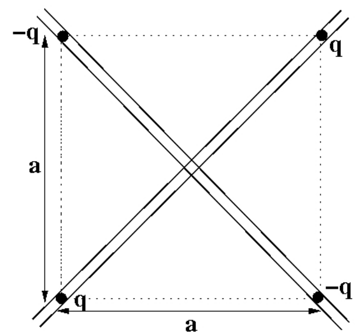
2. zadatak (11 bodova)
Vertikalno postavljena cijev, otvorena na oba kraja, ima dva različita poprečna presjeka (vidi sliku): površina donjeg je S_1= 20 cm^2, a gornjeg S_2= 40 cm^2. U cijevi se nalaze dva klipa (jedan u širem, jedan u užem dijelu) koji su povezani nerastezljivom niti duljine l= 1 m. Ukupna masa klipova je m= 10 kg (masa niti je zanemariva). Klipovi zatvaraju n= 0.2 mola idealnog plina koji je na temperaturi T_1= 20° C. Vanjski tlak je P_0= 10^5 Pa. Plinska konstanta iznosi R= 8.314 JK^{-1}mol^{-1}.

a) Nađite udaljenost l_1 kada je sistem u ravnoteži.
b) Za koliko treba zagrijati (ili ohladiti) plin da bi se čitav sistem (oba klipa i plin među njima) podigao za 10 cm (tj. l_1 smanjio za 10 cm)?



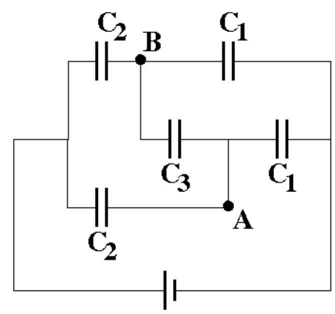
3. zadatak (10 bodova)
Cijev za vađenje nafte spuštena je s platforme do dna mora na dubini H= 500 m (tako da cijev taman lagano dodiruje dno). Temperatura zraka je T_z= 30° C, a temperatura mora linearno opada s 25° C na površini do 5° C na dubini od 500 m. Koliko je dugačka ta cijev izmjerena na platformi? Koeficijent linearnog toplinskog rastezanja cijevi je α= $2\cdot10^{-5}$ K^{-1}.

4. zadatak (9 bodova)



Četiri kuglice nabijene nabojem istog iznosa q= 2 μC (ali dvije pozitivno nabijene, dvije negativne) postavljene su u geometriju kao na slici: pozitivni naboji se nalaze na jednoj dijagonali horizontalno postavljenog kvadrata stranice a= 40 cm, a negativni na drugoj. Masa svake kuglice je m= 1 g. Kuglice se nalaze u žljebovima tako da se mogu gibati samo radijalno prema centru kvadrata (ili od njega). Kojom kutnom brzinom treba zarotirati ovaj sistem i oko koje osi da se kuglice ne bi pomicale duž žljebova?

5. zadatak (9 bodova)



Pet kondenzatora je spojeno na bateriju elektromotorne sile E= 12 V kao na slici (C_1= 2 μF, C_2= 3 μF, C_3= 5 μF).

a) Koliki je napon između točaka A i B?
a) Odredite naboj i napon za svaki od pet kondenzatora u ovom spoju.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i upute za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)
Volumen zraka koji se nalazi u polovici cijevi van žive (u trenutku zatvaranja) je:

$$V=Ah/2 \ , \qquad \text{(1 bod)}$$

gdje je A poprečni presjek cijevi. Tlak tog volumena zraka je atmosferski (p_0= 10^5 Pa) i ostaje jednak pri zatvaranju gornjeg ruba cijevi. Nakon podizanja cijevi sa zatvorenim gornjim rubom, volumen plina u cijevi postaje:

$$V'=A\cdot(h-h') \ , \qquad \text{(1 bod)}$$

Budući da je temperatura konstantna, vrijedi Boyle-ov zakon (pretpostavlja se da je zrak idealan plin):

$$p_0\cdot V=p'\cdot V' \ , \qquad \text{(2 boda)}$$

gdje je p' novi tlak zraka u cijevi. Uvrštavanjem volumena dobiva se:

$$p'=\frac{p_0\cdot V}{V'}=\frac{p_0\cdot 1/2hA}{A(h-h')}=\frac{p_0\cdot h}{2(h-h')} \ . \qquad \text{(1 bod)}$$

Tlak na dnu cijevi bit će jednak tom tlaku p' uvećanom za stupac žive podignut za h'. S druge strane, na dnu cijevi (tj. na površini žive u posudi) znamo da je tlak jednak atmosferskom:

$$p_0=\frac{p_0\cdot h}{2(h-h')}+\rho_ž gh' \ . \qquad \text{(1 bod)}$$

Da bi izbjegli upotrebu gustoće žive u računu, atmosferski tlak ćemo izraziti preko visine stupca žive (koja je zadana u tekstu zadatka, H= 750 mm= 75 cm), $p_0=\rho_ž gH$:

$$\rho_ž gH=\frac{\rho_ž gH\cdot h}{2(h-h')}+\rho_ž gh' \ ,$$

i izračunati traženu visinu h':

$$H=\frac{H\cdot h}{2(h-h')}+h' \ ,$$

$$H\cdot 2(h-h')=H\cdot h+h'\cdot 2(h-h') \ ,$$

$$2H\cdot h-2H\cdot h'-H\cdot h-2h'\cdot h+2h'^2=0 \ ,$$

$$2h'^2-2(H+h)\cdot h'+H\cdot h=0 \ ,$$

$$h'=\frac{2(H+h)\pm\sqrt{4(H+h)^2-4\cdot 2\cdot H\cdot h}}{2\cdot 2}=$$
$$=\frac{(H+h)\pm\sqrt{H^2+h^2}}{2} \qquad \text{(2 boda)}$$

Rješenje s pozitivnim predznakom nije fizikalno jer visina h' mora biti manja od h/2. Dakle, tražena visina h' je:

$$h'=\frac{(H+h)-\sqrt{H^2+h^2}}{2}=\frac{(75+40)-\sqrt{75^2+40^2}}{2}\,cm=15\,cm \qquad \text{(3 boda)}$$

2. zadatak (11 bodova)
Na donji klip djeluju sljedeće sile: težina klipa m_1g prema dolje, sila (prema dolje) zbog tlaka plina između klipova prema dolje (S_1p_1), sila (prema gore) zbog atmosferskog tlaka (S_1p_0), te napetost niti T prema gore. U ravnoteži suma tih sila mora biti jednaka nuli:

$$m_1g+S_1p_1-S_1p_0-N=0 \ . \qquad \text{(1 bod)}$$

Slično se za gornji klip može napisati jednadžba:

$$m_2g-S_2p_1+S_2p_0+N=0 \ . \qquad \text{(1 bod)}$$

Zbrajanjem se dobiva:

$$(m_1+m_2)g+(S_1-S_2)p_1-(S_1-S_2)p_0=0 \quad .$$

Iz ovog se izraza može izračunati tlak plina između klipovima u ravnotežnom položaju:

$$p_1=\frac{p_0(S_2-S_1)+(m_1+m_2)g}{(S_2-S_1)}=p_0+\frac{(m_1+m_2)g}{(S_2-S_1)}=10^5+\frac{10\cdot 9.81}{(0.004-0.002)}\,Pa=149000\,Pa$$

(1 bod) .

Dakle, tlak u ravnotežnom položaju ne ovisi o temperaturi i volumenu; možemo stoga zaključiti da su daljnji procesi izobarni (1 bod).

Volumen u ravnotežnom položaju računamo iz:

$$p_1V_1=nRT_1 \quad , \qquad \text{(1 bod)}$$

$$V_1=\frac{nRT_1}{p_1}=\frac{0.2\cdot 8.314\cdot 293.15}{149000}=3270\,cm^3 \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Za taj volumen mora vrijediti:

$$V_1=S_1l_1+S_2(l-l_1) \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

pa za ravnotežni l_1 dobivamo:

$$V_1=S_1l_1+S_2l-S_2l_1 \quad ,$$

$$l_1=\frac{S_2l-V_1}{S_2-S_1}=\frac{40\cdot 100-3270}{40-20}=36.5\,cm \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Zagrijemo li plin, porasti će volumen (jer tlak ostaje jednak), zbog čega će l_1 morati postati veći. Želimo postići l_1'= 36.5-10 = 26.5 cm, što znači da novi volumen mora biti:

$$V_1'=S_1l_1'+S_2(l-l_1')=3470\,cm^3 \quad .$$

Temperatura će tada biti:

$$T_1'=T_1\frac{V_1'}{V_1}=293.15\cdot\frac{3470}{3270}=311.08\,K \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Dakle, da bi se čitav sistem podigao za 10 cm potrebno ga je zagrijati za:

$$\Delta T=311.08-293.15=17.9\ K \quad . \qquad \text{(2 boda)}$$

3. zadatak (10 bodova)

Temperaturnu ovisnost o dubini nalazimo povlačeći pravac kroz dvije točke: (h=0, T= 25 °C), (h=H= 500 m, T= 5 °C). Dobiva se:

$$T(^{o}C)=-0.04\cdot h(m)+25^{o}\ C \quad . \qquad \text{(2 boda)}$$

Jedan metar cijevi na dubini h skraćen je (u odnosu na dužinu na platformi) za:

$$\Delta l=1m\cdot\alpha[T_Z-T(h)] \quad . \qquad \text{(2 boda)}$$

Jedan metar cijevi pri površini (temperatura T= 25 °C), na platformi će se dakle produžiti za:

$$\Delta l(h=0)=1\cdot 2\cdot 10^{-5}\cdot[30-25]=10^{-4}\ m=0.01\ cm \quad .$$

Jedan metar cijevi pri dnu (temperatura T= 5 °C) na platformi će se produžiti za:

$$\Delta l(h=H)=1\cdot 2\cdot 10^{-5}\cdot[30-5]=5\cdot 10^{-4}\ m=0.05\ cm \quad .$$

Budući da temperatura linearno pada s površine mora do dna, odgovarajuće produženje metra cijevi će linearno rasti s 0.01 cm na 0.05 cm (1 bod). Srednja vrijednost produženja metra bit će (0.01+0.05)/2=0.03 cm (2 boda). Dakle, svaki od 500 m cijevi u vodi pri vađenju na platformu će se produžiti za prosječno 0.03 cm što daje ukupno produženje:

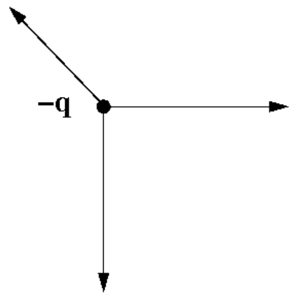
$$\Delta l_{TOT}=500\cdot 0.03=15\ m \quad . \qquad \text{(3 boda)}$$

4. zadatak (9 bodova)

Na svaki naboj privlačnom silom:

$$F_1 = k\frac{q^2}{a^2} \qquad \text{(1 bod)}$$

djeluju dva naboja u sudjednim vrhovima kvadrata, dok odbojnom silom:



$$F_2 = k\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} \qquad \text{(1 bod)}$$

djeluje istoimeni naboj na istoj dijagonali.

Vektorskim zbrajanjem dobivamo da je ukupna privlačna sila prema centru kvadrata dana s:

$$F_{tot} = 2k\frac{q^2}{a^2}\frac{\sqrt{2}}{2} - k\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right) \quad . \qquad \text{(2 bod)}$$

Da se kuglice ne bi gibale radijalno, tu je privlačnu silu potrebno uravnotežiti centrifugalnom silom koja nastaje zbog rotacije sustava oko osi koja prolazi centrom kvadrata (1 bod) i okomita je na njegovu ravninu:

$$F_{tot} = F_{cf} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = m\omega^2 a\frac{\sqrt{2}}{2} \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

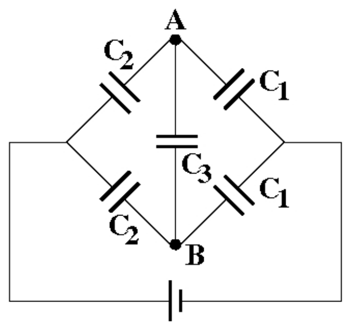
Dobiva se:

$$\omega^2 = \frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{ma}\sqrt{2} = \frac{kq^2}{ma^3}\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad , \qquad \text{(2 boda)}$$

$$\omega = 28.9\ \text{s}^{-1} \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

5. zadatak (9 bodova)

Ekvivalentna shema je dana na slici (1 bod). Sa slike je zbog simetričnosti očito da je U_{AB}= 0 V (1 bod). Ekvivalentan otpor možemo naći s odspojenom linijom AB (1 bod). Tada imamo dvije identične paralelne grane u kojima su u seriji spojeni otpori C_1 i C_2; ekvivalentan otpor je:



$$C_e = \left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \frac{2C_1C_2}{C_1+C_2} = 2.4\ \mu F \qquad \text{(1 bod)}$$

Ukupan naboj sheme je:

Q=C_eE=2.4·12=28.8 μC. (1 bod)

Budući da imamo dvije identične grane, na svakom od kondenzatora C_1 i C_2 inducira se pola tog naboja, dakle 14.4 μC (1 bod). Napon između ploča kondenzatora C_1 je $U=Q'/C_1=14.4/2= 7.2$ V (1 bod). Napon između ploča kondenzatora C_2 je $U=Q'/C_2=14.4/3= 4.8$ V (1 bod). Na kondenzatoru C_3 nema pada napona i nema naboja (1 bod).