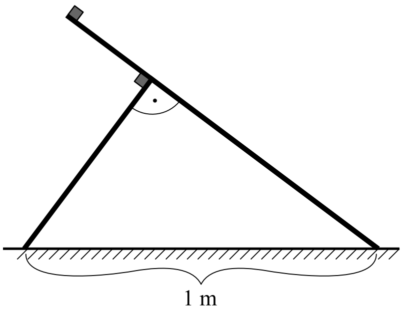
Državno natjecanje iz fizike 2021/2022
Podgora, 26. – 29. travnja 2022.
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele niti druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (16 bodova)



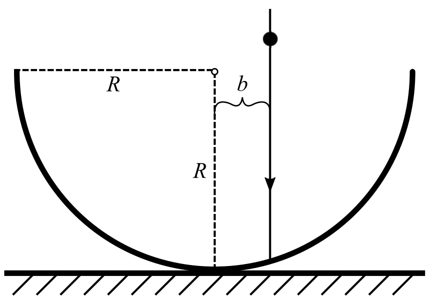
Dvije nepomične daske duljine 60 cm i 110 cm naslonjene su jedna na drugu, kao što je prikazano na slici. Razmak uporišta dasaka na horizontalnoj podlozi je 1 m, a postavljene su tako da u točki dodira zatvaraju pravi kut. Dva mala tijela nalaze se u početnom položaju koji je prikazan na slici. Iz početnog položaja tijela se istovremeno počinju gibati. Trenje između oba mala tijela i daske je zanemarivo. Zanemarite dimenzije malih tijela.

a) Izračunajte vertikalnu udaljenost dvaju tijela u trenutku kada je njihova horizontalna udaljenost jednaka nuli.

b) Izračunajte minimalnu udaljenost između dvaju tijela za vrijeme gibanja.

Uputa za b) dio zadatka: Kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$, u kojoj je $a > 0$ i $b < 0$, ima najmanju vrijednost u točki tjemena, odnosno za $x_0 = -\frac{b}{2a}$.

2. zadatak (17 bodova)



Na horizontalnoj podlozi nalazi se polukružna zdjela polumjera zakrivljenosti R. Mala kuglica mase m puštena je da slobodno pada s visine h u odnosu na horizontalnu podlogu. Kuglica se giba po pravcu udaljenom za $b = \frac{7}{25}R$ od osi zdjele, kao što je prikazano na slici. Kuglica se elastično odbije od dna zdjele. Pretpostavite da je masa zdjele mnogo veća od mase kuglice te da zdjela ostaje nepomična prilikom odbijanja kuglice. Odredite najmanju moguću visinu h takvu da kuglica iskoči iz zdjele. Rezultat izrazite pomoću polumjera zdjele R.
Napomena: Možete koristiti sljedeće trigonometrijske identitete: $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

3. zadatak (17 bodova)

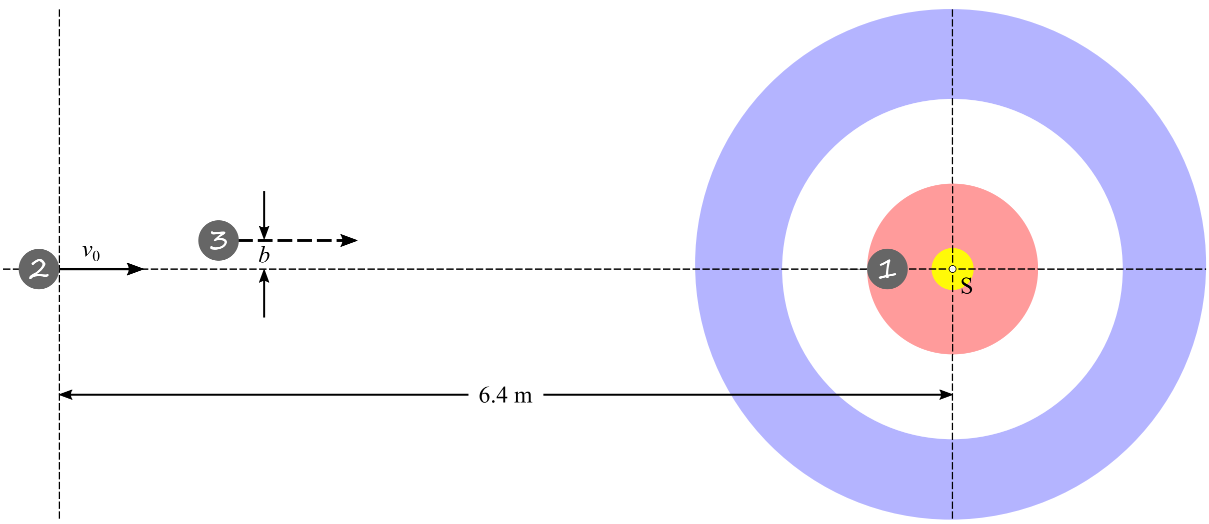
International space station (ISS) je međunarodna svemirska stanica koja se nalazi u niskoj orbiti oko Zemlje. ISS se kreće po približno kružnoj orbiti na visini od 400 km iznad površine Zemlje. (Ravnina u kojoj se giba ISS zatvara kut s ekvatorijalnom ravninom Zemlje od 51.6°.) Masa ISS-a je 420 000 kg, masa Zemlje je $5.97 \cdot 10^{24}$ kg, polumjer Zemlje je 6 371 km, gravitacijska konstanta je $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$.

a) Izračunajte period ISS-a i koliko puta obiđe Zemlju u jednom danu.
b) Izračunajte brzinu kojom se giba ISS.
c) Izračunajte put koji prijeđe točka na ekvatoru Zemlje između dva uzastopna proleska ISS-a iznad ekvatora u blizinu odabrane točke.
d) Polumjer orbite ISS-a smanji se za 2 km u mjesec dana zbog otpora vrlo rijetke atmosfere. Izračunajte gubitak energije ISS-a u mjesec dana.

4. zadatak (20 bodova)

Curling je zimski sport u kojem dvije ekipe naizmjenično guraju osam kamena po ledenoj stazi i nastoje ih smjestiti što bliže središtu koncentričnih krugova nacrtanih na kraju staze. Igrači mogu kontrolirati putanju i brzinu klizanja kamena po ledu tako da posebnom četkom četkaju led ispred klizajućeg kamena i na taj način smanjuju trenje između kamena i leda. U ovom zadatku pretpostavit ćemo da je putanja kamena uvijek pravocrtna i da se četkanjem leda može mijenjati samo koeficijent trenja između kamena i ledene podloge. Središte koncentričnih krugova na slici označeno je sa S. Polumjer kamena je $R = 14.5$ cm. Sva su tri kamena identična. Gravitacijsko je ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

a) Dio *curling* staze prikazan je na slici. Kamen #1 miruje na rubu crvenog kruga s unutarnje strane. Promjer crvenog kruga je 1.22 m. Igrač gura kamen #2 po pravcu prikazanom isprekidanom linijom, koji prolazi točkom S, i ispušta ga u trenutku kada prednji rub kamena dotakne liniju koja je udaljena od točke S za 6.4 m (vidi sliku). Brzina kamena #2 u tom je trenutku jednaka $v_0 = 1.4$ m/s. Kamen #2 zaustavlja se tik do kamena #1. Koeficijent trenja između kamena i ledene podloge iznosi 0.025. Četkanjem leda koeficijent trenja smanjuje se za 40%. Odredite koliki su dio staze igrači morali četkati ledenu podlogu da se kamen zaustavi na zadanom položaju.
b) Nakon što se kamen #2 zaustavio, sljedeći igrač gura kamen #3. Kamen #3 giba se po pravcu paralelnom središnjoj isprekidanoj liniji i udaljenom od nje za $b = \sqrt{2}R$. Brzina kamena #3 u trenutku udara u kamen #2 je 60 cm/s. Sudari kamena su elastični. Ledena podloga, po kojoj se kameni gibaju nakon sudara, očetkana je tj. na njoj je trenje smanjeno. Odredite udaljenost položaja svakog kamena (kad se zaustave) od središta S.



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
26. - 29. travnja 2022.
Podgora

srednje škole - 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Gumeni čep (masa je označena na čepu), uteg s nosačem (masa je označena na utegu), cjevčica, špaga, mjerna traka (metar), ljepljiva traka, flomaster, drveni štapić, mobitel kao štoperica. Koristite svoj mobitel kao štopericu. Mobitel mora biti isključen iz mreže. Možete ga koristiti samo tijekom mjerenja perioda vrtnje. Kada ga ne koristite mora stajati u lijevom gornjem kutu stola. Ukoliko ga budete koristili za bilo koju drugu svrhu bit ćete udaljeni s natjecanja i neće vam se priznati bodovi iz eksperimentalnog zadatka.

Zadatak: Jednoliko kružno gibanje

a) *Mjerenje perioda vrtnje čepa za različite radijuse vrtnje*

Špagu, na kojoj je s jedne strane čep, treba provući kroz cjevčicu. Na drugi kraj špage objesite nosač s utegom. Špaga s utegom i cjevčica stoje vertikalno. Cjevčicu neznatno pomičete tako da se čep vrti jednoliko kružno iznad vaše glave.

Potrebno je izmjeriti period vrtnje tako da je duljina špage od cjevčice do čepa D jednaka 30 cm, 40 cm, 50 cm, 60 cm i 70 cm. Dobivene rezultate upišite u tablicu.

b) *Računanje brzine vrtnje*

Za svako mjerenje izračunajte brzinu vrtnje i dodajte u tablicu. Ukoliko smatrate da vam u tablici trebaju stupci s nekim veličinama koje nisu zadane u zadatku slobodno ih dodajte.

c) *Centripetalna sila – eksperimentalna*

Iz dobivenih podataka izračunajte centripetalnu silu F_{cp} i upišite ju u tablicu.

d) *Račun pogrešaka za mjerenje centripetalne sile*

Napravite račun pogrešaka kod mjerenja centripetalne sile F_{cp}. Napišite kolika je centripetalna sila dobivena mjerenjem.

e) *Centripetalna sila – teorijska*

Potrebno je teorijski izračunati kolika centripetalna sila F'_{cp} djeluje na čep iz zadanih podataka (ne iz podataka koji su dobiveni mjerenjem).

f) *Usporedba teorijske i eksperimentalne vrijednosti centripetalne sile*

Usporedite teorijske i eksperimentalne vrijednosti centripetalne sile.

g) *Kinetička energija*

Izračunajte kinetičke energije E_k iz podataka dobivenih mjerenjem i upišite u tablicu. Također izračunajte kinetičku energiju E'_k iz teorijski dobivene centripetalne sile i radijusa vrtnje i unesite u tablicu. Usporedite vrijednosti.

h) *Rad pri kružnom gibanju*
Izračunajte koliki rad izvrši centripetalna sila kada čep napravi jedan krug za svako mjerenje.

i) *Opis mjerenja*
Opišite kako ste mjerili.

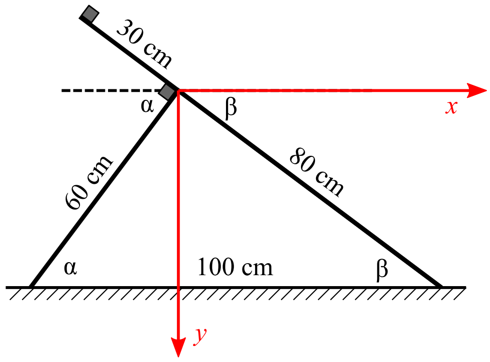
j) Nabrojite tri fizikalne veličine koje mogu utjecati na mjerenje, a nisu uključene u ova mjerenja.

Molimo vas da rješenja testa pišete čitko, jasno i razumljivo. Ukoliko ne budemo mogli shvatiti i povezati dijelove rješenja, te dijelove nećemo priznati.

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

Državno natjecanje iz fizike 2021/2022
Podgora, 26. – 29. travnja 2022.
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (16 bodova)

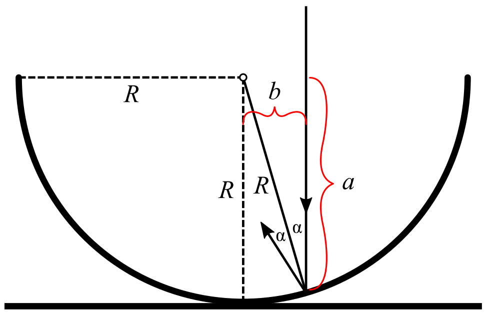


Najprije možemo izračunati duljinu druge katete pravokutnog trokuta:
$b = \sqrt{c^2 - a^2}$,
gdje je $a = 60$ cm i $c = 100$ cm. Dobije se $b = 80$ cm. **(1 bod)**
Tijelo #1 giba se niz kosinu koja s horizontalom zatvara kut α. Ubrzanje tijela niz kosinu odredimo pomoću 2. Newtonovog zakona:
$ma_1 = mg\sin\alpha = mg\frac{80}{100} \Rightarrow a_1 = \frac{4}{5}g$. **(1 bod)**
Tijelo #2 giba se niz kosinu koja s horizontalom zatvara kut β. Ubrzanje tijela niz kosinu odredimo pomoću 2. Newtonovog zakona:
$ma_2 = mg\sin\beta = mg\frac{60}{100} \Rightarrow a_2 = \frac{3}{5}g$. **(1 bod)**
Koordinatni sustav postavimo kao na slici. Napišimo jednadžbe gibanja po komponentama u koordinatnom sustavu za oba tijela:
$x_1(t) = -\frac{1}{2}a_1t^2 \cdot \cos\alpha = -\frac{6}{25}gt^2$,
$y_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 \cdot \sin\alpha = \frac{8}{25}gt^2$,
$x_2(t) = x_0 + \frac{1}{2}a_2t^2 \cdot \cos\beta = -\frac{4}{5}l + \frac{6}{25}gt^2$,
$y_2(t) = y_0 + \frac{1}{2}a_2t^2 \cdot \sin\beta = -\frac{3}{5}l + \frac{9}{50}gt^2$, **(2 boda)**
gdje je $l = 30$ cm. Ovisnosti horizontalne i vertikalne udaljenosti tijela o vremenu redom su jednake:
$\Delta x(t) = x_1(t) - x_2(t) = \frac{4}{5}l - \frac{12}{25}gt^2$, **(1 bod)**
$\Delta y(t) = y_1(t) - y_2(t) = \frac{3}{5}l + \frac{7}{50}gt^2$. **(1 bod)**
Horizontalna udaljenost tijela jednaka je nuli u trenutku t'. Odredimo izraz za t':
$0 = \frac{4}{5}l - \frac{12}{25}gt'^2 \Rightarrow t'^2 = \frac{5}{3}\frac{l}{g}$ **(1 bod)**
Vertikalna udaljenost u trenutku t' je:
$\Delta y(t') = \frac{3}{5}l + \frac{7}{50}g\frac{5}{3}\frac{l}{g} = \frac{5}{6}l = 25$ cm **(2 boda)**
Udaljenost dva tijela D u trenutku t dana je sljedećim izrazom:
$D^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$, **(1 bod)**
gdje je
$\Delta x(t) = x_1(t) - x_2(t) = \frac{4}{5}l - \frac{12}{25}gt^2 = \frac{1}{5}\left(4l - \frac{12}{5}gt^2\right)$,
$\Delta y(t) = y_1(t) - y_2(t) = \frac{3}{5}l + \frac{7}{50}gt^2 = \frac{1}{5}\left(3l + \frac{7}{10}gt^2\right)$.

Uvrstimo u izraz za kvadrat udaljenosti tijela:
$D^2 = \frac{1}{25}\left(16l^2 - \frac{96}{5}lgt^2 + \frac{144}{25}g^2t^4 + 9l^2 + \frac{21}{5}lgt^2 + \frac{49}{100}g^2t^4\right)$,
$D^2 = \frac{1}{25}\left(25l^2 - \frac{75}{5}lgt^2 + \frac{625}{100}g^2t^4\right)$,
$D^2 = l^2 - \frac{3}{5}lgt^2 + \frac{1}{4}g^2t^4$. **(1 bod)**
Možemo uvesti supstituciju $u = t^2$ pa tada kvadratna jednadžba postaje
$D^2 = l^2 - \frac{3}{5}lgu + \frac{1}{4}g^2u^2$. **(1 bod)**
Sada možemo primijeniti činjenicu da kvadratna funkcija $f(u) = au^2 + bu + c$ poprima minimalnu vrijednost za $u_0 = -\frac{b}{2a}$. U našem slučaju $a = \frac{1}{4}g^2$, $b = -\frac{3}{5}lg$. Dobije se:
$u_0 = \frac{3}{5}lg \cdot \frac{1}{2\frac{1}{4}g^2} = \frac{6}{5}\frac{l}{g}$, **(1 bod)**
$D^2_{min} = l^2 - \frac{3}{5}lg\frac{6}{5}\frac{l}{g} + \frac{1}{4}g^2\frac{36}{25}\frac{l^2}{g^2} = \frac{16}{25}l^2$, **(1 bod)**
$D_{min} = \frac{4}{5}l = 0.24\text{ m} = 24\text{ cm}$. **(1 bod)**

2. zadatak (17 bodova)

Kut α pod kojim mala kuglica udara u zdjelu je kut između smjera brzine kuglice i okomice na dodirnu površinu. Dodirna površina kuglice i zdjele je tangencijalna na zdjelu u toči dodira, a pravac okomit na tu površinu odgovara polumjeru zdjele. Neka je h' visina s koje pada kuglica u odnosu na visinu točke udara u zdjelu. Tada je brzina kuglice u trenutku udara u zdjelu jednaka:



$v_0^2 = 2gh'$. **(2 boda)**
Nakon elastičnog odbijanja od zdjele gibanje kuglice je kosi hitac s početnom brzinom v_0 čiji smjer zatvara kut 2α s vertikalom **(1 bod)**. Ako postavimo ishodište koordinatnog sustava u tjeme zdjele, tada je početni položaj kuglice (x_0, y_0) jednak:
$x_0 = b = \frac{7}{25}R$, **(1 bod)**
$y_0 = R - a = R - \sqrt{R^2 - \frac{49}{625}R^2} = R - \frac{24}{25}R = \frac{1}{25}R$. **(1 bod)**
Komponente početne brzine su:
$v_{0x} = -v_0 \sin(2\alpha)$, **(1 bod)**
$v_{0y} = v_0 \cos(2\alpha)$. **(1 bod)**
Jednadžbe gibanja kuglice za x i y smjer su:
$x(t) = x_0 - v_{0x}t = x_0 - v_0 \sin(2\alpha)t$, **(1 bod)**
$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = y_0 + v_0 \cos(2\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$. **(1 bod)**
Minimalni uvjet da kuglica iskoči iz zdjele je da dotakne njezin lijevi rub koji se nalazi na koordinati $(x, y) = (-R, R)$ **(1 bod)**. Naći ćemo jednadžbu putanje kuglice tako da iz izraza $x(t)$ i $y(t)$ eliminiramo vrijeme t.
$t = \dfrac{x_0 - x}{v_0 \sin(2\alpha)}$

$y = y_0 + \dfrac{v_0 \cos(2\alpha)}{v_0 \sin(2\alpha)} (x_0 - x) - \dfrac{g (x_0 - x)^2}{2v_0^2 \sin^2(2\alpha)}$ **(2 boda)**

Uvrstimo izraz za v_0 i sredimo jednadžbu:

$y = y_0 + \dfrac{x_0 - x}{\tan(2\alpha)} - \dfrac{(x_0 - x)^2}{4h' \sin^2(2\alpha)}$

$\dfrac{(x_0 - x)^2}{4h' \sin^2(2\alpha)} = \dfrac{x_0 - x}{\tan(2\alpha)} + y_0 - y$

Sada možemo uvrstiti poznate veličine:

$x_0 - x = \frac{7}{25}R + R = \frac{32}{25}R,$

$y_0 - y = \frac{1}{25}R - R = -\frac{24}{25}R,$

$\sin\alpha = \dfrac{b}{R} = \dfrac{\frac{7}{25}R}{R} = \dfrac{7}{25},$

$\cos\alpha = \dfrac{a}{R} = \dfrac{\frac{24}{25}R}{R} = \dfrac{24}{25},$

$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2 \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{24}{25} = \frac{4^2 \cdot 21}{25^2} = \frac{336}{625} = 0.5376,$

$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{576}{625} - \frac{49}{625} = \frac{527}{25^2} = \frac{527}{625} = 0.8432,$

$\tan(2\alpha) = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\cos(2\alpha)} = \frac{4^2 \cdot 21}{25^2} \cdot \frac{25^2}{527} = \frac{4^2 \cdot 21}{527}.$

Uvrštavanjem se dobije:

$\frac{1}{4h'} \cdot \frac{2^2 \cdot 4^4}{25^2} \cdot R^2 \cdot \frac{25^4}{4^4 \cdot 21^2} = \frac{2 \cdot 4^2}{25} \cdot R \cdot \frac{25^2}{4^2 \cdot 21} \cdot \frac{527}{25^2} - \frac{3 \cdot 2^3}{25} \cdot R,$

$\frac{R}{h'} \cdot \frac{25^2}{21^2} = \frac{22}{21},$

$h' = \frac{25^2}{21 \cdot 22}R = 1.35R.$ **(4 boda)**

Alternativno, iz izraza $\sin\alpha = \frac{7}{25}$ može se izračunati kut α: $\alpha = \arcsin\frac{7}{25} = 16.26°$.

Visina h u odnosu na horizontalnu podlogu je:

$h = h' + \frac{1}{25}R = 1.39R.$ **(1 bod)**

3. zadatak (17 bodova)

Za gibanje ISS-a po kružnoj orbiti oko Zemlje vrijedi 2. Newtonov zakon:

$m\dfrac{v^2}{r} = G\dfrac{mm_Z}{r^2},$ **(1 bod)**

gdje je $r = r_Z + h = 6771$ km. **(1 bod)**

Slijedi da je brzina ISS-a:

$v = \sqrt{\dfrac{Gm_Z}{r}} = \sqrt{\dfrac{6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{6.771 \cdot 10^6\ \mathrm{m}}} = 7.67\ \mathrm{km/s}.$ **(2 boda)**

Period orbite izračunamo na sljedeći način:

$v = \dfrac{2r\pi}{T},$ **(1 bod)**

$T = \dfrac{2r\pi}{v} = \dfrac{2 \cdot 6.771 \cdot 10^6\ \mathrm{m} \cdot \pi}{7.67 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}} = 92.5\ \mathrm{min}.$ **(1 bod)**

U jednom danu (24 sata) ISS obiđe Zemlju n puta:

$n = \dfrac{24 \cdot 60\ \mathrm{min}}{92.5\ \mathrm{min}} = 15.6.$ **(1 bod)**

Put koji prijeđe točka na ekvatoru između dva uzastopna prolaska ISS-a iznad ekvatora jednak je duljini kružnog luka:

$l = r_Z \varphi$, **(1 bod)**

gdje je φ kut u radijanima za koji se zakrenula Zemlja u jednom periodu ISS-a:

$\varphi = \omega_{Zemlja} T_{ISS}$, **(1 bod)**

$\varphi = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \text{ min}} 92.5 \text{ min} = 0.4036 \text{ rad.}$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem u izraz za duljinu kružnog luka dobije se:

$l = 6371 \text{ km} \cdot 0.4036 \text{ rad} = 2571 \text{ km.}$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije je:

$\frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m m_Z}{r} = \frac{1}{2} m v'^2 - G \frac{m m_Z}{r'} + W$, **(2 boda)**

gdje je $r' = r - 2 \text{ km} = 6769 \text{ km}$ **(1 bod)** i v':

$v' = \sqrt{\frac{G m_Z}{r'}}$. **(1 bod)**

Uvrstimo u zakon očuvanja energije:

$$G \frac{m m_Z}{2r} - G \frac{m m_Z}{r} = G \frac{m m_Z}{2r'} - G \frac{m m_Z}{r'} + W,$$

$$-G \frac{m m_Z}{2r} = -G \frac{m m_Z}{2r'} + W,$$

$W = G \frac{m m_Z}{2} \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right)$, **(1 bod)**

$W = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \cdot 4.2 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{2} \left(\frac{1}{6.769} - \frac{1}{6.771} \right) \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1} =$ $3.65 \cdot 10^9 \text{ J.}$ **(1 bod)**

4. zadatak (20 bodova)

Ukupna udaljenost koju prelazi kamen #2 do zaustavljanja je:

$d = 6.4 \text{ m} - r_{crveni} = 6.4 \text{ m} - 0.61 \text{ m} = 5.79 \text{ m.}$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije za gibanje kamena #2 je:

$\frac{1}{2} m v_0^2 = \mu_1 m g d_1 + \mu_2 m g d_2$, **(1 bod)**

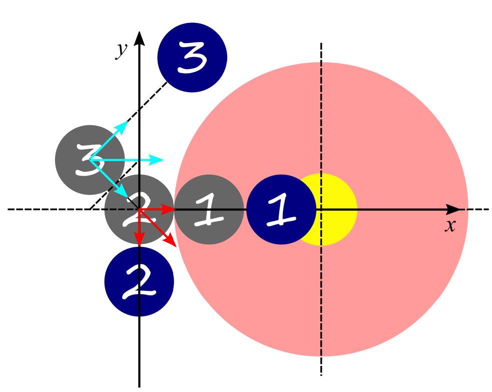
gdje je $\mu_1 = 0.025$, $\mu_2 = \mu_1 - 0.4\mu_1 = 0.015$, $d_1 + d_2 = d$. **(1 bod)**

$$\frac{v_0^2}{2} = \mu_1 g (d - d_2) + \mu_2 g d_2,$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \mu_1 g d - (\mu_1 - \mu_2) g d_2,$$

$d_2 = \frac{\mu_1 d}{\mu_1 - \mu_2} - \frac{v_0^2}{2g(\mu_1 - \mu_2)} = 4.675 \text{ m.}$ **(1 bod)**

U b) dijelu zadatka postavimo ishodište koordinatnog sustava u središte kamena #2 prije sudara. Na slici su prikazani položaji sva tri kamena neposredno prije sudara (sivo) i nakon što su se zaustavili nakon sudara (plavo). Možemo odrediti koordinate njihovih položaja u koordinatnom sustavu.



	položaj kamena neposredno prije sudara
kamen #1	$(2R, 0)$
kamen #2	$(0, 0)$
kamen #3	$(-\sqrt{2}R, \sqrt{2}R)$

U trenutku neposredno prije sudara kamen #2 i kamen #3 diraju se u točki koja se nalazi na polovici spojnice njihovih središta. Iz zadane udaljenosti b zaključujemo da je kut između spojnica središta kamena #3 i #2 i smjera brzine kamena #3 $45°$ **(1 bod)**. Nakon sudara kamen #2 dobit će brzinu u smjeru spojnice središta kamena #3 i #2. Brzinu kamena #3 prije sudara rastavimo na komponentu paralelnu spojnici središta i okomito na spojnicu. Obje komponente imaju jednak iznos $v_{3,paralelno} = v_{3,okomito} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_3$ **(1 bod)**. Sada možemo napisati zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja energije za sudar kamena #3 i #2:

$mv_{3,paralelno} = mv'_{3,paralelno} + mv'_2$, **(1 bod)**

$mv_{3,okomito} = mv'_{3,okomito}$,

$\frac{1}{2}m\left(v^2_{3,paralelno} + v^2_{3,okomito}\right) = \frac{1}{2}m\left(v'^2_{3,paralelno} + v'^2_{3,okomito}\right) + \frac{1}{2}mv'^2_2$. **(1 bod)**

Sređivanjem se dobije:

$v_{3,paralelno} = v'_{3,paralelno} + v'_2$,

$v^2_{3,paralelno} = v'^2_{3,paralelno} + v'^2_2$,

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$v'_2 = v_{3,paralelno} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_3$, **(1 bod)**

$v'_{3,paralelno} = 0$. **(1 bod)**

Nakon sudara kamen #3 giba se brzinom $v'_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}v_3$ u smjeru koji zatvara kut $45°$ s pozitivnim smjerom x osi. **(1 bod)**

Slična analiza sudara provede se za sudar kamena #2 i kamena #1. Dobije se da se nakon sudara kamen #1 giba brzinom $v''_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}v'_2 = \frac{1}{2}v_3$ u $+x$ smjeru **(2 boda)**. Kamen #2 se nakon sudara giba brzinom $v''_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}v'_2 = \frac{1}{2}v_3$ u $-y$ smjeru **(2 boda)**. Nadalje možemo odrediti koliki će put prijeći do zaustavljanja. Kamen #1 i kamen #2 prelaze jednak put:

$\frac{1}{2}m\left(\frac{1}{2}v_3\right)^2 = \mu_2 mgs_{1,2}$,

$s_{1,2} = \dfrac{v_3^2}{8\mu_2 g} = 0.3\ \text{m} = 30\ \text{cm}$,

a kamen #3 do zaustavljanja prelazi put:

$\frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}v_3\right)^2 = \mu_2 mgs_3$,

$s_3 = \dfrac{v_3^2}{4\mu_2 g} = 0.6\ \text{m} = 60\ \text{cm}$. **(1 bod)**

Sada možemo odrediti i koordinate konačnih položaja:

	položaj kamena nakon sudara (kad se zaustave)
kamen #1	$(2R + s_{1,2}, 0) = (59\ \text{cm}, 0)$
kamen #2	$(0, -s_{1,2}) = (0, -30\ \text{cm})$
kamen #3	$(-\sqrt{2}R + \frac{\sqrt{2}}{2}s_3, \sqrt{2}R + \frac{\sqrt{2}}{2}s_3) = (21.9\ \text{cm}, 62.9\ \text{cm})$

Koordinata središta S je $(r_{crveni} + R, 0) = (75.5 \text{ cm}, 0)$.
Udaljenost pojedinog kamena od središta izračunamo uvrštavanjem u formulu:
$d = \sqrt{(x_S - x_{kamen})^2 + (y_S - y_{kamen})^2}$ **(1 bod)**
Redom dobivamo udaljenosti od središta S: $d_1 = 16.5$ cm, $d_2 = 81.2$ cm, $d_3 = 82.6$ cm.
(3 boda)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
26. - 29. travnja 2022.
Podgora

srednje škole - 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATAKA
(30 bodova)

i) *Opis mjerenja*

Čep i špaga na kojoj je cjevčica stave se na stol tako da čep stoji onako kako će se vrtjeti. Špaga se izravna. Od početka cjevčice do početka čepa izmjeri se zadana udaljenost D.

Kako bi se održavala stalna duljina D najbolje je blizu kraja cjevčice flomasterom zacrtati oznaku na špagi (to je onaj dio špage ispod cjevčice na kome visi uteg). Može se također zalijepiti komadić ljepljive trake ispod cjevčice. Prilikom vrtnje samo treba pratiti da li je oznaka na istom mjestu. Uteg se objesi na omču na kraju špage.

Mjerenje perioda vrtne nije tak jednostavno s mobitelom, ali se može mjeriti. Dobro je malo uvježbati štopanje s štopericom mobitela.

Period možete dobiti tako da mjerite vrijeme određenog broja okretaja. Što je broj okretaja veći to je manja pogreška pri mjerenju. Preporuka je mjeriti vrijeme najmanje 30 okretaja.

Kad promatrate kako se čep vrti u jednom trenutku morate pogledati mobitel i uključiti štopericu. Otprilike ćete znati gdje se čep u tom trenutku nalazi.

Kad uhvatite ritam brojanja okretaja nakon recimo 25 okretaja možete pogledati mobitel i dalje brojiti u tom ritmu kako bi isključili štopericu kad napravi trideseti okretaj.
Čak ako ste pogriješili za jedan krug pri brojanju neće biti tako velika greška ako imate dovoljno veliki broj okretaja.

Druga mogućnost je da uključite odbrojavanje. Stavite na primjer odbrojavanje na 30 s. Uključite na slični načina kako je to navedeno gore, brojite krugove i prestanete brojiti kad se oglasi alarm.

(2 boda)

a) *Mjerenje perioda vrtnje čepa za različite radijuse vrtnje*
Period ćete izračunati:

$$T = \frac{t}{n}$$

(1 bod)

gdje je n broj okretaja, t vrijeme za koje je čep napravio n okretaja.
Unos u tablicu.

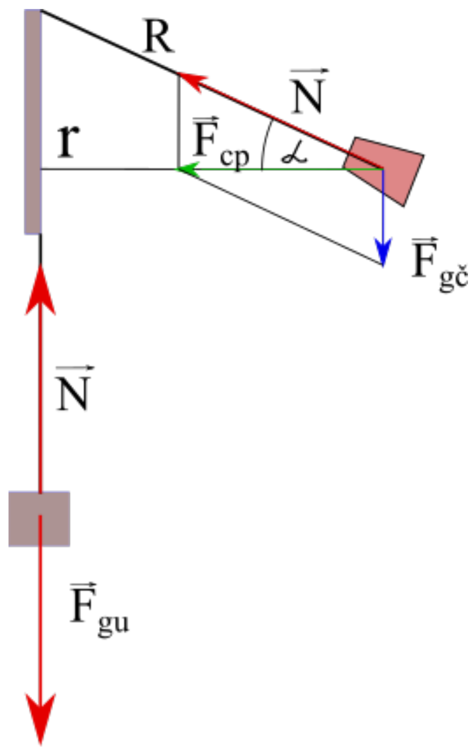
(1 bod)

Međutim udaljenost D nije radijus vrtnje. Samoj duljine D treba dodati još udaljenost do težišta jer sve sile koje djeluju na čep djeluju od težišta. Može se uzeti da je težište u sredini čepa pa ako je čep dugačak 4 cm udaljenosti D treba dodati još 2 cm. (Doduše čep ima konusni oblik pa je težište pomaknuto nešto prema kraju čepa, ali par milimetara kod ovakvog mjerenja ne igra ulogu.
Tu udaljenost označit ću s R.

$$R = D + d_T$$

(1 bod)

d_T – je udaljenost težišta od početka čepa.



Na slici je prikazan čep koji se vrti. Na uteg djeluje sila teža F_{gu} i sila napetosti niti N. Pošto uteg miruje rezultantna sila na njega je nula. Znači da su sila napetosti niti i sila teža koja djeluje na uteg jednake, ali djeluju u suprotnom tijelu.

(skica 2 boda)

Na čep djeluje sila napetosti niti N i sila teža $F_{gč}$. Centripetalna sila koja djeluje na čep je rezultantna sila napetosti niti i sile teže.
Sila napetosti niti koja djeluje na čep jednaka je sili teži koja djeluje na uteg:

$$N = F_{gu}$$

(1 bod)

Iz paralelograma sila na čep centripetalna sila jednaka je:

$$F_{cp} = \sqrt{F_{gu}^2 - F_{gč}^2}$$

(2 boda)

Odnosno:

$$F_{cp} = F_{gu} \cos\alpha$$

Radijus vrtnje r biti će:

$$r = R cos\alpha$$

$$r = R \frac{\sqrt{F_{gu}^2 - F_{gč}^2}}{F_{gu}}$$

$$r = R\sqrt{1 - \left(\frac{F_{gč}^2}{F_{gu}^2}\right)}$$

$$r = R\sqrt{1 - \left(\frac{m_č}{m_u}\right)^2}$$

$m_č$ – masa čepa
m_u – masa utega

(2 boda)

(Ukoliko zanemarite da na čep djeluje sila teža i čep se vrti tako da špaga stoji horizontalno, od skice do izračunavanje radijusa dobijete ukupno **2 boda** umjesto 7 bodova. Također se ne priznaju rezultati u tablici)

b) *Računanje brzine vrtnje*
Brzinu vrtnje izračunat ćemo:

$$v = \frac{2r\pi}{T}$$

(1 bod)
(podaci u tablici 1 bod)

U primjeru mjerenja korišten je uteg mase m_u = 103 g i čep mase $m_č$ = 50 g.
Omjer masa je: $m_u/m_č$ = 2,06

	m_u/kg	$m_č$/kg		n							
	0,103	0,05		30							
	G_u/N	$G_č$/N		**mu/mč**							
	1,010	0,491		**2,06**							
D/m	**R/m**	**t/s**	**T/s**	**r/m**	**v/(m/s)**	**F_{cp}/N**	**ΔF_{cp}/N**	**F_{cp}'/N**	**Fcp'-Fcp**	**Ek/J**	**Ek'/J**
0,3	0,32	22,23	0,741	0,28	2,37	1,00	0,06	0,88	-0,12	0,14	0,12
0,4	0,42	24,44	0,815	0,37	2,83	1,09	-0,03		-0,21	0,20	0,16
0,5	0,52	27,29	0,910	0,45	3,14	1,08	-0,02		-0,20	0,25	0,20
0,6	0,62	31,08	1,036	0,54	3,29	1,00	0,07		-0,11	0,27	0,24
0,7	0,72	31,32	1,044	0,63	3,79	1,14	-0,08		-0,26	0,36	0,28
						$\overline{F_{cp}}$/N	**r**		-0,18		
						1,06	7,16%				

U tablici prikazane su vrijednosti duljine špage od cjevčice do čepa D, udaljenost od cjevčice do težišta čepa R, radijusa vrtnje r, vrijeme t za n = 30 okretaja, period vrtnje T i brzima vrtnje čepa v.

c) *Centripetalna sila – eksperimentalna*

Iz izmjerenih podataka računa se centripetalna sila:

$$F_{cp} = m_č \frac{v^2}{r}$$

(1 bod)

Podaci su prikazani u tablici.

(1 bod)

d) *Račun pogrešaka za mjerenje centripetalne sile*

U tablici je izračunata srednja vrijednost centripetalne sile.
ΔF_{cp} je odstupanje srednje vrijednosti.
Maksimalno odstupanje od srednje vrijednosti po apsolutnoj vrijednosti je:
$\Delta F_{cpmax} = 0{,}08\ N$

(1 bod)

relativna pogreška $r = 7{,}16\ \%$

(1 bod)

Prikaz rezultat:
$F_{cp} = (1{,}06 \pm 0{,}08) N$

(1 bod)

e) *Centripetalna sila – teorijska*

Teorijska vrijednost centripetalne sile računa se prema formuli:

$$F'_{cp} = \sqrt{F_{gu}^2 - F_{gč}^2}$$

$$F'_{cp} = 0{,}88 N$$

(1 bod)

f) *Usporedba teorijske i eksperimentalne vrijednosti centripetalne sile*
U ovom mjerenju eksperimentalna vrijednost je veća od teorijske prosječno za 0,18 N.

(1 bod)

g) *Kinetička energija*
Kinetičku energiju iz mjerenja izračunati:

$$E_k = \frac{m_č v}{2}$$

(1 bod)

Primjer je upisan u tablicu.

(1 bod)

Teorijska vrijednost:
Pošto je

$$F'_{cp} = \frac{m_č v^2}{r},$$

a Kinetička energija:

$$E'_k = \frac{m_č v}{2}$$
$$2E'_k = m_č v$$
$$F'_{cp} = \frac{2E'_k}{r}$$
$$E'_k = \frac{F'_{cp} r}{2}$$

(2 boda)

Podaci su uneseni u tablicu.

(1 bod)

Kinetička energija povećava se s radijusom kruženja. Teorijska vrijednost u ovom mjerenju je manja od izmjerene.
h) *Rad pri kružnom gibanju*
Pošto centripetalna sila djeluje okomito na smjer gibanja izvršeni rad biti će nula.

(1 bod)

j) Veličine koje mogu utjecati na mjerenje su
sila trenja između špage i cjevčice
otpor zraka
masa špage
rastezljivost špage

(1 bod)

Preciznost mjerenja

(1 bod)

Zaokruživanje na pouzdane znamenke

(1 bod)